

弾性率の変化

弾性率は熱処理や加工硬化により大きく変化します。

「各種材料特性」にも記載している弾性率Eは各材料で一定と考えている人が多いと思います。しかし弾性率は一定では有りません。

熱処理や加工硬化により弾性率は大きくなります。一般に公表されている値は焼鈍し内部応力を除去した状態での値です。

皆さんは焼き入れをして材料の硬度が高くなると、叩いた時の音が高く成る事に気付いていると思います。

下の式から明らかなように、同一形状で有れば材料の共振周波数変化させる要素は、密度と E:縦弾性率しか有りません。密度も変化しますが人が気付く程の変化は有りません。縦弾性率の変化が叩いた時の音程の変化として現た結果です。

・両端自由の横振動

$$f_1 = 1.133 \left(\frac{EK^2}{\rho} \right)^{1/2} / L^2$$

ここで

L: 棒の長さ (cm)

: 密度 (g/cm³)

E: 縦弾性率 (dyne/cm²)

K: 回転半径

$K = t / (12)^{1/2}$ t : 材料の厚さ

・縦振動

$$f_1 = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/2} / (2 * L)$$

ここで

L: 棒の長さ (cm)

: 密度 (g/cm³)

E: 縦弾性率 (dyne/cm²)

変化した縦弾性率の大きさは叩いた時の音程を焼鈍した縦弾性率の解かった材料と比較する事で大よその値は解かります。

参考の為 C4-C5の周波数と算出式を書いて置きます。

音階	周波数(Hz)	K
ド(C4)	261.63	-9
レ(D4)	293.67	-7
ミ(E4)	329.63	-5
ファ(F4)	349.23	-4
ソ(G4)	392.00	-2
ラ(A4)	440.00	
シ(H4)	493.88	2
ド(C5)	523.25	3

$$F = 440 \cdot K^{\ln 2 / 12}$$

$$= 440 \cdot K^{1.05946}$$